

Session 2017

PE2-17-PG3

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Vendredi 21 avril 2017
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1 à 9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

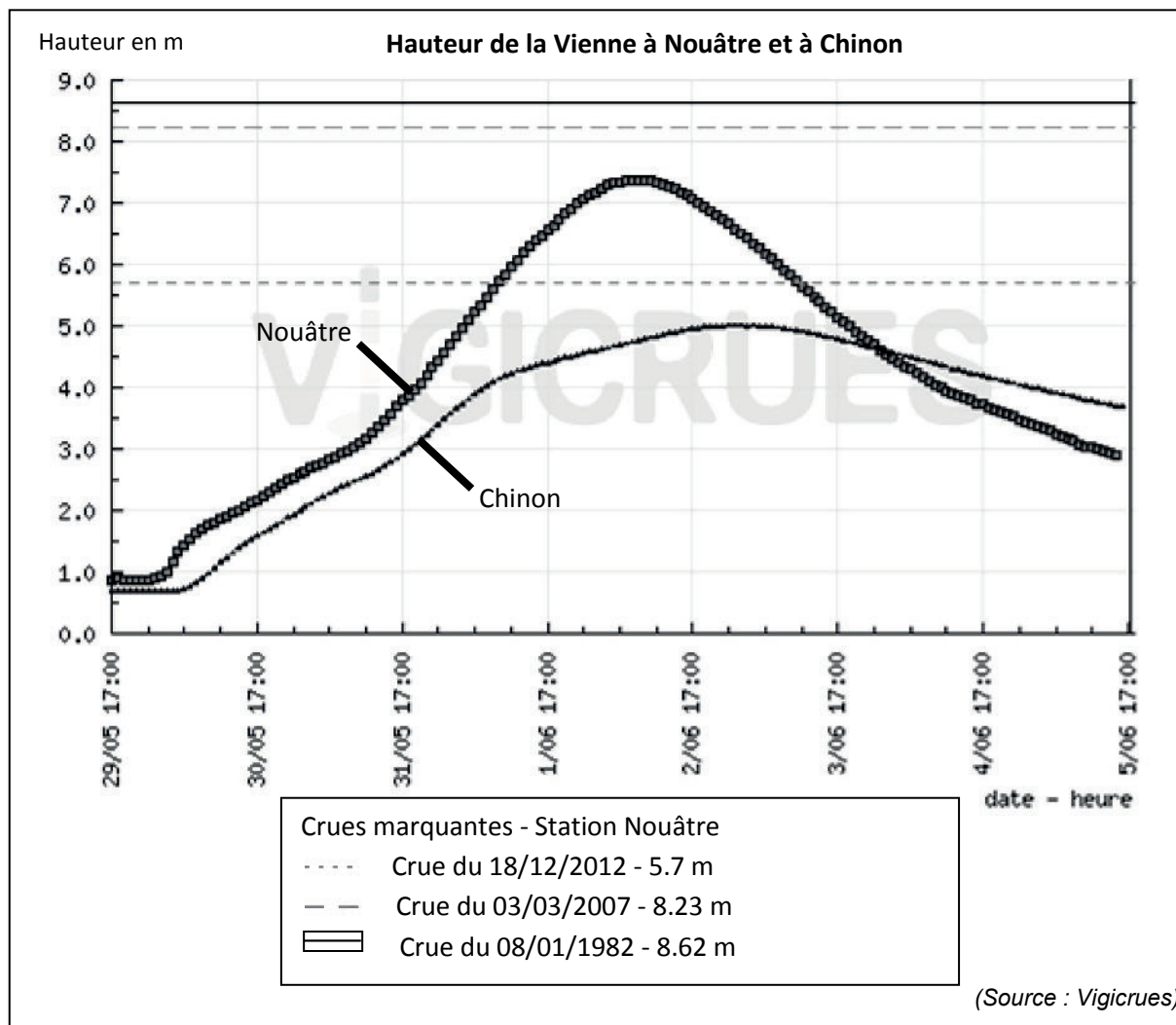
N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

La fin mai 2016 a été marquée par un passage fortement pluvieux avec des cumuls de pluie exceptionnels dans certaines régions françaises, provoquant crues et inondations.

Partie A : Étude d'une crue de la Vienne



À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

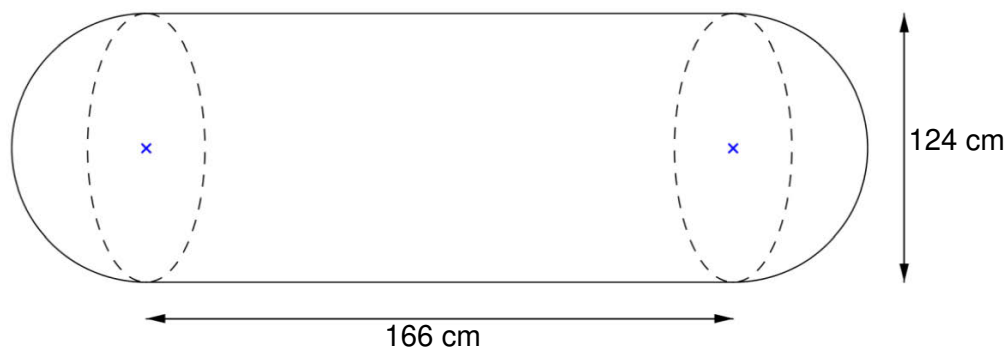
1. Quelle hauteur maximale la Vienne a-t-elle atteinte à Chinon entre le 29 mai 2016 à 17 h et le 5 juin 2016 à 17 h ?
2. À Nouâtre, entre le 29 mai 2016 à 17 h et le 5 juin 2016 à 17 h, pendant combien de temps le niveau de l'eau a-t-il été supérieur au niveau maximum de la crue du 18 décembre 2012 ? Donner la réponse en heure.
3.
 - a. Combien d'heures se sont écoulées entre le pic de la crue de Nouâtre et celui de Chinon ?
 - b. De Nouâtre ou de Chinon, quelle station est située le plus en amont de la rivière ? Justifier la réponse.

Partie B : Précipitations et récupérateur d'eau

Un habitant de Poitiers utilise la toiture de son garage pour recueillir l'eau de pluie et la stocker dans une cuve enterrée.

Vue du ciel, la toiture à la forme d'un rectangle de 4 mètres sur 6,2 mètres.

La cuve est constituée de deux demi-sphères de 124 cm de diamètre et d'un cylindre de révolution de diamètre 124 cm et de longueur 166 cm.



Ce dessin n'est pas à l'échelle.

1. Le dimanche 29 mai 2016, il a été relevé une hauteur de 31,7 mm de précipitations à Poitiers (*Source : Info Climat*).
 - a. Vérifier que le volume d'eau, en litre, tombé sur la toiture de la grange ce jour là est environ 790 L.
 - b. Sachant que 90 % de l'eau de pluie tombée sur le toit du garage est récupérée dans la cuve, calculer le volume d'eau, en litre, réellement recueilli dans le réservoir ce jour là.
 - c. Est-il vrai que, ce jour là, un peu moins d'un quart de la citerne a été rempli ? On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est donné par la formule $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ et le volume d'un cylindre de révolution de hauteur h et dont la base a pour rayon R est $V = \pi R^2 h$.
2. Le tableau suivant donne la hauteur des précipitations relevée mensuellement à Poitiers entre le 1^{er} janvier 2015 et 31 mai 2016. (*Source : Info Climat*).

	janv. 2015	fév. 2015	mars 2015	avr. 2015	mai 2015	juin 2015	juil. 2015	août 2015	sept. 2015
Cumul Précipitations en mm	50,1	59,7	31,2	43,5	46,6	94,4	14,4	151,6	83,6

	oct. 2015	nov. 2015	déc. 2015	janv. 2016	fév. 2016	mars 2016	avr. 2016	mai 2016
Cumul Précipitations en mm	26,0	43,9	18,8	77,9	84,3	85,4	33,9	121,1

- a. Calculer le pourcentage d'augmentation des précipitations entre le mois de mai 2015 et le mois de mai 2016.
- b. En supposant que la cuve soit vide à la fin du mois de septembre 2015. Quand sera-t-elle à nouveau pleine si le propriétaire n'utilise pas d'eau entre temps ? On rappelle que 90 % de la pluviométrie est récupérée dans la cuve.

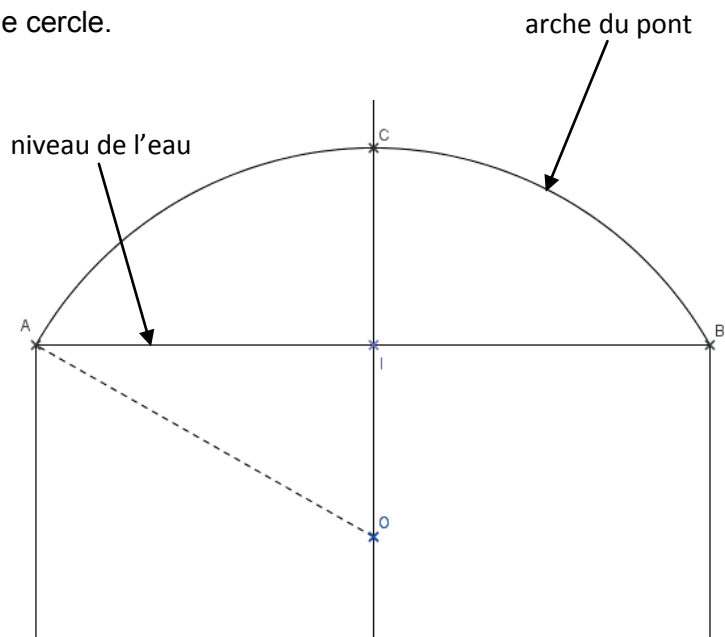
Partie C : Péniche et pont

Un pont a une arche en forme d'arc de cercle.

Lors d'une crue, l'eau atteint les sommets A et B des piliers du pont.

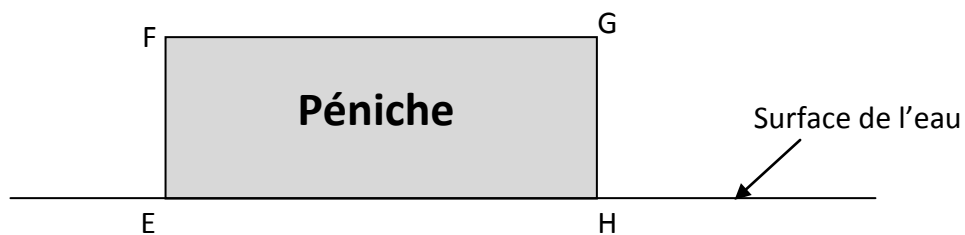
La hauteur maximale IC entre le niveau de l'eau et le sommet de l'arche est alors de 5 mètres. L'écartement AB entre les deux piliers du pont est de 24 mètres.

La situation est modélisée par le schéma suivant, qui n'est pas à l'échelle, sur lequel O est le centre de l'arc de cercle $\widehat{AB}$ et (CO) est l'axe de symétrie de la figure.



1. Montrer que le rayon OA de l'arche est 16,9 m.

On assimile la coupe de la partie émergée d'une péniche, vue de face, à un rectangle de 4 mètres de haut et de 12 mètres de large.



La situation est modélisée par le schéma ci-dessus, qui n'est pas à l'échelle sur lequel on a $EH = 12$ m et $FE = 4$ m.

2. Cette péniche peut-elle passer sous l'arche du pont sans dommages ? Justifier.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1 :

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse fausse n'enlève pas de points, une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Pour réaliser un collier en perles, Camille enfle 200 perles en répétant le modèle suivant : une perle jaune, puis trois perles rouges, puis deux perles blanches.
Affirmation : La couleur de la 147^{ème} perle sera rouge.
2. Arthur a acheté un article bénéficiant d'une réduction de 30% et a ainsi économisé 48 €.
Affirmation : Au final, il a payé 112 € pour cet article.
3. Un randonneur marche pendant 12 km à 6 km/h puis il marche pendant 12 km à 4 km/h.
Affirmation : pour les 24 km de randonnée, sa vitesse moyenne est 5 km/h.
4. ABCD est un quadrilatère ayant ses diagonales perpendiculaires et de même milieu.
Affirmation : ABCD est un carré.

EXERCICE 2 :

Dans cet exercice, les réponses seront données sous la forme d'une fraction irréductible

On dispose d'un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6 et d'un dé tétraédrique à 4 faces avec des sommets numérotés de 1 à 4 comme sur la photo ci-contre, parfaitement équilibrés.



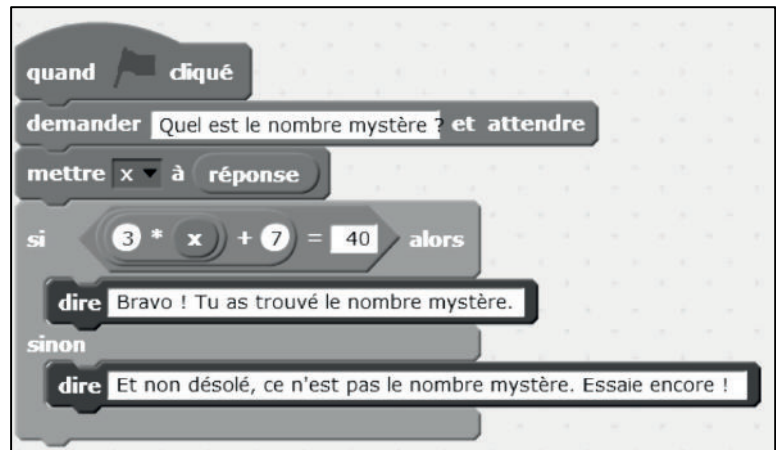
On lance les deux dés et on note le nombre lisible sur la face supérieure du dé à 6 faces et le nombre lisible sur le sommet supérieur du dé à 4 faces.

1.
 - a. Avec quel dé la probabilité d'obtenir un 3 est-elle la plus grande ?
 - b. Avec quel dé la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est-elle la plus grande ?
 - c. Quelle est la probabilité d'obtenir avec le dé à 4 faces un nombre supérieur ou égal au nombre obtenu avec le dé à 6 faces ?
2. On calcule la somme des nombres obtenus avec chacun des deux dés.
 - a. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme paire ?
 - b. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme strictement supérieure à 3 ?

EXERCICE 3 :

Un élève utilise le programme ci-contre.

1. Quelle réponse le logiciel va-t-il afficher si l'élève entre la valeur 5 ? Expliquer pourquoi.
2. Quel nombre l'élève doit-il rentrer pour obtenir en retour le message « Bravo ! Tu as trouvé le nombre mystère. » ?



EXERCICE 4 :

Pour calculer le débit D d'une perfusion en gouttes par minute, les infirmiers utilisent la formule $D = \frac{V}{3 \times T}$, où V est le volume, en millilitre, de la perfusion et T est le temps, en heure, que doit durer la perfusion.

1. À quel débit doit être réglée la perfusion si le volume à transfuser est de 1,5 litre en un jour ? Arrondir la réponse à l'unité.
2. Une perfusion est réglée sur un débit de 6 gouttes par minute. Quel volume de liquide sera perfusé en une heure et quart ?
3. Une perfusion a un volume de 250 mL et est réglée sur un débit de 8 gouttes par minute. Quelle devrait être la durée de la perfusion ? Donner la réponse sous la forme x heures y minutes.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1 :

Un enseignant met en œuvre dans sa classe les activités d'apprentissage ci-dessous.

Activité 1

Etape 1

On met à disposition des élèves une boîte opaque vide visible de tous.

Un premier élève y dépose une quantité d'objets annoncée à la classe. Un autre élève met à son tour des objets dans la même boîte en précisant la quantité, sans les mettre un à un ; la boîte est fermée et il est demandé aux élèves de trouver combien il y a d'objets dans la boîte. Il est annoncé qu'on vérifiera ensuite en comptant dans la boîte. Le nombre d'objets déposés par chaque élève est compris entre 1 et 10.

Etape 2

Même situation, mais le premier élève peut mettre jusqu'à 20 objets et le deuxième élève doit enlever un certain nombre d'objets de la boîte.

Etape 3

Le premier élève met des objets dans la boîte en annonçant le nombre ; un deuxième élève est appelé ; l'enseignant lui indique le nombre d'objets qu'il souhaite avoir dans la boîte, ce nombre étant supérieur au nombre d'objets déjà présents et lui demande combien d'objets il doit rajouter.

Activité 2

Un enfant met un certain nombre de cailloux dans une main de l'enseignant (moins de 10 cailloux) ; il les compte à haute voix. Un autre enfant fait de même, dans l'autre main. L'enseignant les réunit et demande aux élèves combien il a de cailloux dans ses mains. Après recueil de propositions, la validation se fait par comptage des cailloux.

1. Indiquer un objectif d'apprentissage de ces activités.
2. Qu'est-ce qui distingue les tâches demandées aux élèves dans l'étape 1 de l'activité 1 et l'activité 2 ?
3. Indiquer deux procédures que les élèves peuvent mettre en œuvre pour faire ce qui leur est demandé dans l'étape 1 de l'activité 1.
4. Indiquer une variable didactique sur laquelle jouer en spécifiant les effets que l'on peut alors en attendre en termes d'évolution des procédures.

SITUATION 2 :

On considère l'exercice suivant.

Calcule avec la méthode de ton choix.

a. $91 - 52 =$

c. $800 - 153 =$

b. $613 - 209 =$

d. $607 - 54 =$

Manuel scolaire « Cap maths » Hatier (édition 2016).

1. Quelle est la notion abordée ? Citer deux connaissances et savoir-faire que cette situation met en jeu.

2. Étude des productions des élèves.

On considère les quatre productions d'élèves suivantes :

Antoine

$\begin{array}{r} 91 \\ - 52 \\ \hline 39 \end{array}$	$\begin{array}{r} 91 \\ - 50 \\ \hline 41 \\ - 2 \\ \hline 39 \end{array}$	$91 - 50 = 41 - 2 = 39$
$\begin{array}{r} 613 \\ - 209 \\ \hline 404 \end{array}$	$\begin{array}{r} 613 \\ - 200 \\ \hline 413 \\ - 3 \\ \hline 410 \\ - 6 \\ \hline 404 \end{array}$	$613 - 200 = 413 - 3 = 410 - 6 = 404$
$\begin{array}{r} 800 \\ - 153 \\ \hline 647 \end{array}$	$\begin{array}{r} 800 \\ - 100 \\ \hline 700 \\ - 50 \\ \hline 650 \\ - 3 \\ \hline 647 \end{array}$	$800 - 100 = 700 - 50 = 650 - 3 = 647$
$\begin{array}{r} 607 \\ - 54 \\ \hline 553 \end{array}$	$\begin{array}{r} 607 \\ - 4 \\ \hline 603 \\ - 50 \\ \hline 553 \end{array}$	$607 - 4 = 603 - 50 = 553$

Barbara

$\begin{array}{r} 8 \\ 91 \\ - 52 \\ \hline 39 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \\ 613 \\ - 209 \\ \hline 404 \end{array}$	$\begin{array}{r} 741 \\ 800 \\ - 153 \\ \hline 647 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 607 \\ - 54 \\ \hline 553 \end{array}$
---	--	--	---

Clara

$91 - 52 = 41$
$613 - 209 = 416$
$800 - 153 = 753$
$607 - 54 = 147$

Dominique

$\begin{array}{r} 91 \\ - 52 \\ \hline 39 \end{array}$	$\begin{array}{r} 613 \\ - 209 \\ \hline 404 \end{array}$	$\begin{array}{r} 800 \\ - 153 \\ \hline 647 \end{array}$	$\begin{array}{r} 607 \\ - 54 \\ \hline 553 \end{array}$
--	---	---	--

- Quelles sont les différentes procédures utilisées par Antoine, Barbara et Clara ?
- Qu'est-ce qui différencie les procédures utilisées par Barbara et Dominique ?
- Relever les réussites et les erreurs de Barbara et Clara.
- Quel accompagnement pédagogique mettriez-vous en œuvre pour remédier aux difficultés rencontrées par Clara ?

SITUATION 3 :

Un enseignant propose l'exercice ci-dessous à des élèves de CM1.

En séance d'E.P.S., les élèves doivent se déplacer sur les lignes de ce quadrillage tracé au sol.

On estime que pour se déplacer sur le côté d'un carreau il faut 1 seconde.

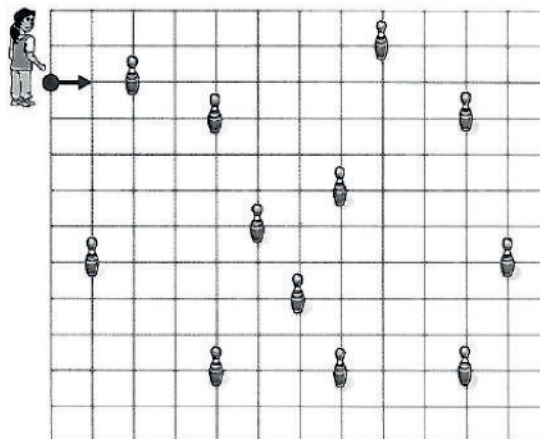
Programme un parcours pour récolter le plus de quilles possible en sachant que l'épreuve sera arrêtée au bout de 20 secondes.

Combien de quilles as-tu ramassées ?

Doc.

Instructions de programmation

- av 1 (avancer pendant une seconde)
- tg 90 (tourner à gauche d'un angle droit)
- rq (ramasser une quille)
- av 2 (avancer pendant 2 secondes)
- td 90 (tourner à droite d'un angle droit)



Exercice tiré de Graine de maths CM1, Nathan, 2016

1. Citer deux connaissances ou savoir-faire mathématiques nécessaires à la réussite de cet exercice.
2. Utiliser les deux productions d'élèves reproduites ci-après pour répondre aux questions ci-dessous.
 - a. Analyser chaque production en termes de réussites et d'erreurs
 - b. Proposer deux dispositifs de remédiation que l'enseignant pourrait mettre en œuvre à l'attention d'Oriane.

av 2 ~~av~~ rq av 2 tg 90 av 1 rq av 2
 tg 90 av 2 av 1 rq td 90 av 1 tg 90
 av 2 rq td 90 av 2 tg 90 av 1 rq av 1
 td 90 av 2 rq

Oriane

J'ai ramassée 6 quilles.

av 2 rq ~~td 90~~ tg 90 av 1 td 90 av 2 av 2 av 2 rq
 av 2 rq ~~td 90~~ tg 90 ~~av 1~~ td 90 av 1 td 90 av 2 av 2 av 2 rq
 av 2 tg 90 av 2 tg 90 av 4 rq
 j'ai ramassé 5 quilles

Samuel